

Topología General

Año 2009

Profesor: Miguel Ottina

Requisitos de cursado

Correlativas regularizadas: Introducción al Análisis II.

Objetivos

- Que el alumno adquiera ciertas nociones de cardinalidad, útiles en diversas ramas de la matemática.
- Que el alumno maneje con soltura conceptos topológicos en espacios métricos.
- Que el alumno adquiera un buen manejo de los espacios topológicos y que sea capaz de entender y aplicar varios teoremas importantes de topología general.
- Que el alumno adquiera nociones básicas de teoría de homotopía.
- Que el alumno sea capaz de aplicar lo aprendido en la resolución de problemas.

Programa

Cardinalidad

Conjuntos numerables y contables. Conjuntos infinitos no numerables. Teorema de Schroeder-Berstein. Cardinales. Teorema de Cantor. Operaciones con cardinales.

Axioma de elección

Axioma de elección. Principio de buena ordenación. Lema de Zorn. Equivalencia entre ellos.

Espacios métricos

Definición. Bolas abiertas y cerradas. Conjuntos abiertos y cerrados. Entornos. Interior, frontera y clausura. Sucesiones convergentes. Funciones continuas. Separabilidad. Completitud. Teorema de Baire. Compacidad. Conexión. Teorema de Arzelá-Áscoli. Teorema de Stone-Weierstrass.

Conjuntos ordenados

Conjuntos ordenados y bien ordenados. Principio de inducción transfinita.

Espacios topológicos

Definición. Conjuntos cerrados. Interior y clausura. Entornos. Bases y subbases. Puntos de acumulación. Redes. Funciones continuas. Homeomorfismos. Subespacios. Topología producto. Topología caja. Topologías iniciales. Topologías finales. Topología cociente. Espacios topológicos

conexos y arcoconexos. Axiomas de separación. Lema de Urysohn. Compacidad. Teorema de Tychonoff. Compactificación de Alexandroff. Compactificación de Stone-Cech. Topología compacto-abierta. Topología de convergencia puntual. Ley exponencial. Teorema de Tietze. Axiomas de numerabilidad. Inmersiones. Espacios metrizable.

Introducción a la teoría de homotopía

Homotopía. Homotopía relativa. Espacios contráctiles. Conos y cilindros. Retractos y deformaciones. Cofibraciones. Grupo fundamental.

Bibliografía:

- Kaplansky, I. *Set theory and metric spaces*. Chelsea Publishing Company.
- Lages Lima, E. *Espacios Métricos*. IMPA, 1977.
- Munkres, J. *Topology*. Prentice Hall.

Metodología de las clases

Las clases serán teórico-prácticas. Se darán guías de ejercicios para ser resueltas por los alumnos fuera del horario de clases. Habrá también oportunidad de consultar ejercicios.

Condiciones de regularidad tras el cursado

Para regularizar la materia se debe aprobar un examen integrador escrito y cumplir con la entrega de una serie de ejercicios a lo largo del período de la cursada. El examen integrador consistirá de ejercicios con los cuales se evaluará la comprensión y el manejo de los distintos temas. Habrá una fecha de recuperación para dicho examen.

Condiciones de aprobación y promoción de la asignatura

Para aprobar la asignatura se debe aprobar un examen final. En el caso de alumnos regulares, el examen final será oral/escrito y teórico. Es decir, se evaluará el conocimiento de la materia en cuanto a definiciones, ejemplos, resultados y teoremas y sus demostraciones. No se pedirá resolución de ejercicios.

En el caso de alumnos libres, el examen final será escrito y consistirá de una parte teórica y una parte práctica. Es decir, se pedirá tanto la resolución de ejercicios como dar definiciones, exhibir ejemplos, enunciar algunos teoremas y demostrar otros. Asimismo, podrá haber una parte oral en la cual se harán preguntas sobre la prueba escrita, pidiendo por ejemplo, que el alumno explique o expanda algunos puntos.